

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ,
МИНИСТЕРСТВО НАУКИ, ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ И ИННОВАЦИЙ
КЫРГЫЗСКОЙ РЕСПУБЛИКИ**

МОО ВО Кыргызско-Российский Славянский университет
имени первого Президента Российской Федерации Б.Н. Ельцина



УТВЕРЖДАЮ

Директор
(должность)

Лоцев Г.В.
(ФИО)

3 сентября ____ 2026 г.

Программные системы компьютерной математики

рабочая программа дисциплины (модуля)

Закреплена за кафедрой **Высшая школа Природопользования, мехатроники и транспорта**

Учебный план Направление 15.03.03 - РФ, 650500 - КР Прикладная механика
Профиль "Вычислительная механика и компьютерный инжиниринг"

Квалификация **бакалавр**

Форма обучения **очная**

Общая трудоемкость **3 ЗЕТ**

Часов по учебному плану 108

в том числе:

аудиторные занятия 58

самостоятельная работа 49,9

Виды контроля в семестрах:

зачет 5

Распределение часов дисциплины по семестрам

Семестр (<Курс>.&b><Семестр на курсе>)	5 (3.1)		Итого	
Неделя	17 2/6			
Вид занятий	УП	РП	УП	РП
Лекции	34	34	34	34
Практические	24	24	24	24
Контактная работа в период теоретического обучения	0,1	0,1	0,1	0,1
Итого ауд.	58	58	58	58
Контактная работа	58,1	58,1	58,1	58,1
Сам. работа	49,9	49,9	49,9	49,9
Итого	108	108	108	108

Программу составил(и):

к.ф.-м.н., Герман Константин Анатольевич



;к.т.н, Джаманкулов Азамат Кенешбекович

Рецензент(ы):

к.ф.-м.н., Комарцов Никита Михайлович



д.т.н, Муслимов Аннас Поясович



Согласовано РОП:

к.ф.-м.н., Герман Константин Анатольевич



Рабочая программа дисциплины

Программные системы компьютерной математики

разработана в соответствии с ФГОС 3++:

Федеральный государственный образовательный стандарт высшего образования - бакалавриат по направлению подготовки 15.03.03 Прикладная механика (приказ Минобрнауки России от 09.08.2021 г. № 729)

составлена на основании учебного плана:

Направление 15.03.03 - РФ, 650500 - КР Прикладная механика

Профиль "Вычислительная механика и компьютерный инжиниринг"

утвержденного учёным советом вуза от 26.06.2026 протокол № 11.

Рабочая программа одобрена на заседании **Вышей школы Природопользования, мехатроники и транспорта**

Протокол от 02.09.2026 г. № 1

Срок действия программы: 2026-2032 уч.г.

Руководитель подразделения: Алсеитов Мирлан Тилегенович



ЛИСТ РЕГИСТРАЦИИ ИЗМЕНЕНИЙ
к рабочей программе дисциплины (модуля)

Программные системы компьютерной математики

№ п/п	Основание внесения изменения	Раздел/ пункт	Содержание изменения
1.			
2.			
3.			
4.			
5.			

1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

1.1	1.1 Формирование навыков решения математических и инженерных задач с помощью специализированного программного обеспечения для численных расчетов, визуализации полученных данных.
-----	---

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ООП

Цикл (раздел) ООП:		Б1.О.3
2.1	Требования к предварительной подготовке обучающегося:	
2.1.1	Б1.О.2.01. Введение в высшую математику	
2.1.2	Б1.О.2.02. Математический анализ	
2.1.3	Б1.О.3.08. Использование современного программного комплекса mat lab	
2.1.4	Информационные технологии и основы информационной безопасности (Модуль: Введение в информационные технологии)	
2.2	Дисциплины и практики, для которых освоение данной дисциплины (модуля) необходимо как предшествующее:	
2.2.1	Б2.О.02(Пд). Преддипломная практика	
2.2.2	Б1.В.1.02. Основы теории пластичности и ползучести	
2.2.3	Б1.О.3.04. Строительная механика машин	
2.2.4	Б1.В.1.05. Планирование эксперимента и методы обработки данных	
2.2.5	Б1.В.1.07. Компьютерный инжиниринг	
2.2.6	Б3.О.02. Подготовка к сдаче и сдача государственного экзамена	
2.2.7	Б1.В.1.ДВ.03.01. Численные методы в прикладной механике	
2.2.8	Б1.В.1.ДВ.04.01. Экспериментальная механика деформируемого твердого тела	
2.2.9	Б3.О.03. Подготовка к процедуре защиты и защита выпускной квалификационной работы	
2.2.10	Б1.В.1.ДВ.02.01. Гидромеханика	
2.2.11	Б1.В.1.01. Теория упругости	
2.2.12	Б1.В.1.06. Метод конечных элементов	

3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

ОПК-11: Способен выявлять естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, привлекать для их решения физико-математический аппарат и современные компьютерные технологии;

Знать:

Уровень 1	Знает критерии оценки, методы и средства анализа, систематизации и прогнозирования естественно-научных проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности
Уровень 2	
Уровень 3	

Уметь:

Уровень 1	Умет абстрактно мыслить, анализировать, оценивать, систематизировать и прогнозировать естественно-научные проблемы, возникающие в ходе профессиональной деятельности.
Уровень 2	
Уровень 3	

Владеть:

Уровень 1	Владеет методами и средствами решения естественно-научных проблем, с помощью привлечения физико-математического аппарата и современных компьютерных технологий, возникающих в ходе профессиональной деятельности
Уровень 2	
Уровень 3	

В результате освоения дисциплины обучающийся должен

3.1	Знать:
3.1.1	численные методы расчета:
3.1.2	- систем линейных алгебраических уравнений (Метод Гаусса, Метод Гаусса с выбором главного элемента, Метод Якоби, Метод Зейделя),
3.1.3	- определителей,

3.1.4	- собственных векторов и значений матриц,
3.1.5	- нелинейных уравнений, трансцендентных (Метод половинного деления, Ньютона, секущих, простой итерации),
3.1.6	- систем нелинейных уравнений (Метод Ньютона),
3.1.7	- дифференциальных уравнений (Метод Эйлера, Рунге-Кутта, Адамса),
3.1.8	численные методы
3.1.9	- дифференцирования функций,
3.1.10	- интегрирования,
3.1.11	- интерполирования функций,
3.1.12	сходимость численных методов.
3.2	Уметь:
3.2.1	численно находить решение:
3.2.2	- систем линейных алгебраических уравнений,
3.2.3	- нелинейных, трансцендентных уравнений,
3.2.4	- систем нелинейных уравнений,
3.2.5	- дифференциальных уравнений;
3.2.6	численно
3.2.7	- дифференцировать функции,
3.2.8	- интегрировать,
3.2.9	- интерполировать функции;
3.2.10	численно вычислять определители;
3.2.11	численно находить собственные векторы и значения матриц.
3.3	Владеть:
3.3.1	численными методами расчетов
3.3.2	- систем линейных алгебраических уравнений,
3.3.3	- нелинейных, трансцендентных уравнений,
3.3.4	- систем нелинейных уравнений,
3.3.5	- дифференциальных уравнений;
3.3.6	методами численного
3.3.7	- дифференцирования функций,
3.3.8	- интегрирования,
3.3.9	- интерполирования функций.
3.3.10	методами численного вычисления определителей,
3.3.11	методами численного нахождения собственных векторов и значений матриц,
3.3.12	методами визуализации и интерпретирования полученных данных

4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Код занятия	Наименование разделов и тем /вид занятия/	Семестр / Курс	Часов	Компетен-ции	Литература	Инте ракт.	Пр. подг.	Примечание
	Раздел 1. Организация вычислений и достоверность результатов							

1.1	Программные системы компьютерной математики в инженерных расчётах. Численные, символьные и графические вычисления: различия, области применения и сочетание при решении инженерной задачи. Возможности MATLAB и библиотек Python для матричных вычислений, решения уравнений и обработки табличных зависимостей. Представление расчётной задачи через исходные данные, параметры, математические зависимости и вычисляемые величины. Организация расчёта в виде последовательности взаимосвязанных функций; передача параметров и сохранение результатов. Представление результатов графиками и таблицами: единицы измерения, диапазоны переменных, масштаб и подписи. Воспроизводимость инженерного расчёта: фиксация исходных данных, программной среды и настроек вычислительных процедур. /Лек/	5	2	ОПК-11	Л1.1Л2.1			
1.2	Погрешности, обусловленность и сходимость численных вычислений. Погрешности исходных данных, математической модели, численного метода и машинного округления. Абсолютная и относительная погрешности; выбор способа оценки для величин, близких к нулю. Представление чисел с плавающей точкой; потеря значащих цифр при вычитании близких величин. Обусловленность задачи и устойчивость алгоритма: различия и влияние на достоверность результата. Сходимость численного метода и порядок точности; исследование результата при уменьшении шага. Невязка и ошибка решения: почему малая невязка не всегда означает высокую точность. /Лек/	5	2	ОПК-11	Л1.1Л2.1			

1.3	Символьные вычисления для подготовки и проверки численного расчёта. Символьные переменные, параметры и точные числовые значения; отличие символьного выражения от числового массива. Преобразование выражений: раскрытие скобок, разложение на множители, сокращение и подстановка параметров. Аналитическое получение производных и интегралов для построения и проверки вычислительных формул. Решение уравнений в символьной форме: область определения, ограничения на параметры и проверка найденных решений. Переход от символьного выражения к численно вычисляемой функции. Использование простых аналитических решений как эталонов при проверке расчёта перемещений, скоростей и механической работы. /Лек/	5	2	ОПК-11	Л1.1Л2.1			
1.4	Подготовка воспроизводимого расчёта, символьная проверка формул и исследование погрешностей вычислений /Пр/	5	2	ОПК-11	Л1.1Л2.1			
1.5	Сопоставление возможностей программных систем компьютерной математики для задач прикладной механики. Исследование влияния округления и погрешностей исходных данных на результат вычислений. Символьное получение и проверка формул для численного инженерного расчёта. /Ср/	5	6	ОПК-11	Л1.1Л2.1			
	Раздел 2. Матричные вычисления и линейные задачи механики							

2.1	Метод Гаусса, выбор главного элемента и вычисление определителей. Представление системы линейных алгебраических уравнений в матричной форме; единственность решения и вырожденность матрицы. Прямой и обратный ход метода Гаусса; влияние малых ведущих элементов на вычисления. Метод Гаусса с выбором главного элемента по столбцу; перестановки строк и повышение устойчивости. Связь исключения Гаусса с LU-разложением; повторное решение систем с одной матрицей и разными правыми частями. Вычисление определителя через треугольную матрицу с учётом перестановок строк. Решение систем уравнений равновесия и совместности деформаций; проверка невязки и чувствительности результата. /Лек/	5	2	ОПК-11	Л1.1Л2.1			
2.2	Решение линейной системы методом Гаусса с выбором главного элемента и вычисление определителя /Пр/	5	2	ОПК-11	Л1.1Л2.1			
2.3	Итерационные методы Якоби и Зейделя. Приведение линейной системы к итерационной форме; выбор начального приближения. Метод Якоби: одновременное вычисление компонентов нового приближения. Метод Зейделя: последовательное использование обновлённых компонентов решения. Условия сходимости через спектральный радиус матрицы итераций; диагональное преобладание как достаточное условие. Критерии остановки по изменению решения и норме невязки; ограничение числа итераций. Сопоставление прямых и итерационных методов на системах, возникающих в расчётах стержневых конструкций. /Лек/	5	2	ОПК-11	Л1.1Л2.1			
2.4	Решение линейной системы методами Якоби и Зейделя с исследованием сходимости /Пр/	5	2	ОПК-11	Л1.1Л2.1			

2.5	Собственные значения и собственные векторы в задачах механики. Постановка задачи на собственные значения; физический смысл собственных векторов. Степенной метод для доминирующего по модулю собственного значения: условия применимости и нормирование вектора. Проверка вычисленной собственной пары по невязке; влияние близких собственных значений. Принцип QR-итераций и использование встроенных средств вычисления спектра матрицы. Обобщённая задача для определения собственных частот и форм колебаний. Нормирование и графическое представление форм колебаний простой механической системы. /Лек/	5	2	ОПК-11	Л1.1Л2.1			
2.6	Вычисление собственных частот и форм колебаний системы с двумя степенями свободы /Пр/	5	2	ОПК-11	Л1.1Л2.1			
2.7	Сравнение решения линейной системы с выбором главного элемента и без него. Исследование влияния начального приближения и свойств матрицы на сходимость методов Якоби и Зейделя. Проверка собственных пар матрицы и исследование зависимости собственных частот от массы и жёсткости. /Ср/	5	7		Л1.1Л2.1			
	Раздел 3. Нелинейные уравнения и системы уравнений							

3.1	Отделение корней, метод половинного деления и простая итерация. Алгебраические и трансцендентные уравнения в инженерных расчётах; допустимый диапазон неизвестной. Графическое отделение корней; использование непрерывности и изменения знака функции. Метод половинного деления: построение последовательности интервалов и оценка погрешности. Приведение уравнения к форме простой итерации; влияние выбранного преобразования на сходимость. Условия сходимости простой итерации; оценка ошибки и критерии остановки. Нахождение положения равновесия механической системы с нелинейной зависимостью силы от перемещения. /Лек/	5	2	ОПК-11	Л1.1Л2.1			
3.2	Методы Ньютона и секущих для скалярных уравнений. Геометрическая интерпретация метода Ньютона и построение итерационной формулы. Выбор начального приближения; влияние малой производной, кратных корней и особенностей функции. Метод секущих: приближённое использование производной и необходимость двух начальных приближений. Сопоставление скорости сходимости и вычислительных затрат методов Ньютона, секущих и половинного деления. Ограничение шага и сочетание быстрого итерационного метода с сохранением интервала локализации корня. Выбор физически допустимого решения трансцендентного уравнения, возникающего при определении частоты колебаний. /Лек/	5	2	ОПК-11	Л1.1Л2.1			
3.3	Решение нелинейного уравнения методами половинного деления, простой итерации, Ньютона и секущих /Пр/	5	2	ОПК-11	Л1.1Л2.1			

3.4	Метод Ньютона для систем нелинейных уравнений. Представление нелинейной системы в векторной форме; различие математических и физически допустимых решений. Матрица Якоби и линеаризация системы в окрестности текущего приближения. Вычисление поправки методом решения линейной системы без явного обращения матрицы Якоби. Аналитическое и конечно-разностное вычисление матрицы Якоби. Масштабирование неизвестных, демпфирование поправки и критерии завершения итераций. Решение небольшой системы нелинейных уравнений равновесия с проверкой зависимости результата от начального приближения. /Лек/	5	2	ОПК-11	Л1.1Л2.1			
3.5	Решение системы двух нелинейных уравнений методом Ньютона /Пр/	5	2	ОПК-11	Л1.1Л2.1			
3.6	Исследование отделения корней и сходимости различных форм простой итерации. Сравнение методов Ньютона и секущих при разных начальных приближениях. Исследование зависимости решения нелинейной системы от начального приближения и масштабирования переменных. /Ср/	5	11	ОПК-11	Л1.1Л2.1			
	Раздел 4. Табличные зависимости, производные и интегралы							

4.1	Полиномиальная интерполяция функций. Постановка задачи интерполяции; отличие интерполяции от экстраполяции. Интерполяционный полином Лагранжа: построение по заданным узлам и вычисление промежуточных значений. Разделённые разности и интерполяционный полином Ньютона. Остаточный член интерполяции и влияние расположения узлов на точность. Колебания полиномов высокой степени; явление Рунге и ограничения глобальной интерполяции. Восстановление табличной зависимости перемещения или нагрузки с графической проверкой результата. /Лек/	5	2	ОПК-11	Л1.1Л2.1			
4.2	Кусочная интерполяция и аппроксимация инженерных данных. Кусочно-линейная интерполяция: локальность построения и разрывы производной в узлах. Кубические сплайны: условия сопряжения участков и роль граничных условий. Выбор между полиномиальной, кусочно-линейной и сплайновой интерполяцией. Отличие интерполяции точных табличных значений от аппроксимации данных с погрешностями. Линейный по параметрам метод наименьших квадратов; построение линейной и квадратичной зависимостей. Анализ остатков аппроксимации на примере зависимости силы от удлинения образца. /Лек/	5	2	ОПК-11	Л1.1Л2.1			
4.3	Интерполяция и аппроксимация табличной инженерной зависимости средствами программной системы /Пр/	5	2	ОПК-11	Л1.1Л2.1			

4.4	Численное дифференцирование функций и табличных данных. Получение конечно-разностных формул через разложение функции в ряд Тейлора. Прямые, обратные и центральные разности для вычисления первой производной. Конечно-разностное вычисление второй производной и выбор формул на границах интервала. Порядок точности разностных формул и влияние шага на погрешность. Усиление шума при дифференцировании измеренных данных; использование сглаженной аппроксимации. Определение скорости и ускорения по табличной зависимости перемещения от времени. /Лек/	5	2	ОПК-11	Л1.1Л2.1			
4.5	Вычисление скорости и ускорения по табличным данным о перемещении /Пр/	5	2	ОПК-11	Л1.1Л2.1			
4.6	Численное интегрирование и контроль точности. Приближённое вычисление определённого интеграла; различия между интегрированием заданной функции и табличных данных. Формулы прямоугольников и трапеций; составные квадратурные формулы. Формула Симпсона: требования к сетке и порядок точности. Оценка погрешности при сгущении сетки; правило Рунге и пределы его применимости. Принцип адаптивного интегрирования и задание абсолютного и относительного допусков. Вычисление равнодействующей распределённой нагрузки и работы переменной силы. /Лек/	5	2	ОПК-11	Л1.1Л2.1			
4.7	Вычисление равнодействующей распределённой нагрузки и работы силы методами численного интегрирования /Пр/	5	2	ОПК-11	Л1.1Л2.1			

4.8	Сравнение полиномов Лагранжа и Ньютона и исследование влияния расположения узлов. Сопоставление кусочно-линейной интерполяции, кубического сплайна и аппроксимации методом наименьших квадратов. Исследование влияния шага и шума данных на точность численного дифференцирования. Сравнение квадратурных формул и оценка погрешности при сгущении сетки. /Ср/	5	13	ОПК-11	Л1.1Л2.1			
	Раздел 5. Дифференциальные уравнения и динамические расчёты							
5.1	Задача Коши и методы Эйлера. Постановка задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения; начальные условия и интервал интегрирования. Приведение уравнения второго порядка к системе уравнений первого порядка. Явный метод Эйлера: геометрическая интерпретация и последовательность вычислений. Метод Эйлера с пересчётом по схеме Хойна; сопоставление с явным методом. Локальная и глобальная погрешности; ограничения шага из условия устойчивости на тестовом уравнении. Расчёт движения системы «масса — пружина — демпфер» и сопоставление с аналитическим решением простого случая. /Лек/	5	2	ОПК-11	Л1.1Л2.1			

5.2	Методы Рунге — Кутты и автоматический выбор шага. Одношаговые методы Рунге — Кутты: промежуточные вычисления правой части уравнения. Методы второго порядка и классический метод четвёртого порядка. Применение метода Рунге — Кутты к системе дифференциальных уравнений. Вложенные схемы и оценивание локальной погрешности для автоматического изменения шага. Абсолютный и относительный допуски; различие внутренних шагов интегрирования и точек вывода результата. Сравнение расчётов свободных и вынужденных колебаний при разных шагах и допусках. /Лек/	5	2	ОПК-11	Л1.1Л2.1			
5.3	Расчёт колебаний методами Эйлера и Рунге — Кутты с исследованием влияния шага /Пр/	5	2	ОПК-11	Л1.1Л2.1			
5.4	Методы Адамса и особенности многошагового интегрирования. Многошаговый подход: использование значений решения и правой части на предыдущих шагах. Явные методы Адамса — Башфорта; построение двухшаговой формулы через интерполяцию правой части. Неявные методы Адамса — Моултона и схема «предиктор — корректор». Получение стартовых значений методом Рунге — Кутты; влияние стартовых ошибок. Согласованность, нулевая устойчивость и сходимость многошаговой схемы. Сопоставление методов Адамса и Рунге — Кутты на гладких решениях; назначение программного решателя /Лек/	5	2	ОПК-11	Л1.1Л2.1			
5.5	Интегрирование задачи Коши методом Адамса с запуском методом Рунге — Кутты /Пр/	5	2	ОПК-11	Л1.1Л2.1			

5.6	Выбор решателя и проверка динамической модели механической системы. Подготовка системы уравнений движения к программному интегрированию: переменные состояния, параметры и начальные условия. Признаки жёсткой задачи: существенно различные временные масштабы и чрезмерно малый шаг явного метода. Выбор решателя для нежёсткой и жёсткой системы; назначение неявных методов. Обнаружение событий: достижение заданного перемещения, изменение направления движения и остановка расчёта. Представление результатов временными графиками и фазовыми траекториями; интерпретация переходных процессов. Проверка расчёта по балансу энергии, предельным случаям и устойчивости результата к ужесточению допусков. /Лек/	5	2	ОПК-11	Л1.1Л2.1			
5.7	Расчёт переходного процесса механической системы встроенным решателем с контролем точности и обнаружением события /Пр/	5	2	ОПК-11	Л1.1Л2.1			
5.8	Исследование точности и устойчивости методов Эйлера на задаче с известным решением. Сравнение метода Рунге — Кутты с постоянным шагом и адаптивного программного решателя. Исследование влияния стартовых значений на результат интегрирования методом Адамса. Проверка динамического расчёта по энергетическому балансу и изменению численных допусков /Ср/	5	12,9	ОПК-11	Л1.1Л2.1			
5.9	Консультация и защита при зачете /КрТО/	5	0,1		Л1.1Л2.1			

5. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

5.1. Контрольные вопросы и задания

Задания предусматривают использование MATLAB либо другой согласованной вычислительной среды. При реализации конкретного численного метода встроенный решатель применяется для независимой проверки результата.

1. Текущий контроль

Раздел 1. Организация вычислений и достоверность результатов

Контрольные вопросы

1. Чем различаются символьные и численные вычисления? В каких инженерных задачах целесообразно их сочетать?
2. Какие исходные данные и настройки необходимо сохранять для воспроизводимости компьютерного расчёта?
3. Чем отличаются погрешности исходных данных, математической модели, численного метода и округления?
4. Как определяются абсолютная и относительная погрешности? Когда относительная погрешность малоинформативна?
5. Почему при вычитании близких чисел возможна потеря значащих цифр?

6. Чем обусловленность задачи отличается от устойчивости вычислительного алгоритма?
7. Что понимается под сходимостью и порядком точности численного метода?
8. Чем невязка отличается от ошибки решения? Почему малая невязка не гарантирует малой ошибки?
9. Как использовать символьные преобразования для подготовки и проверки численного расчёта?
10. Какие требования предъявляются к графикам и таблицам результатов инженерного расчёта?

Контрольные задания

Задание 1. Исследование потери точности.

Вычислить

$$f(x) = \frac{\sqrt{1+x} - 1}{x}$$

при $(x=10^{-2}, 10^{-6}, 10^{-10}, 10^{-14})$. Преобразовать выражение к эквивалентной форме, исключающей вычитание близких чисел. Сопоставить результаты двух способов вычисления и объяснить различия.

Задание 2. Символьная проверка расчётных формул.

Для закона движения

$$s(t) = 0,2t^3 - 0,5t^2 + 2t$$

символьно определить скорость и ускорение. Преобразовать полученные выражения в численно вычисляемые функции. Построить графики перемещения, скорости и ускорения на интервале $(0 \leq t \leq 5)$ с указанием единиц измерения.

Задание 3. Проверка воспроизводимости.

Подготовить расчётную программу для вычисления удлинения стержня:

$$\Delta l = \frac{Fl}{EA}.$$

Использовать $(F=20)$ кН, $(l=2)$ м, $(E=200)$ ГПа, $(A=400)$ мм². Организовать перевод единиц измерения, проверку допустимости исходных данных и сохранение результата. Оценить изменение удлинения при увеличении силы на 1 %.

Раздел 2. Матричные вычисления и линейные задачи механики

Контрольные вопросы

1. При каких условиях квадратная система линейных уравнений имеет единственное решение?
2. В чём состоят прямой и обратный ход метода Гаусса?
3. Зачем используется выбор главного элемента? Как выполняется выбор по столбцу?
4. Как перестановки строк влияют на определитель матрицы?
5. Как связаны метод Гаусса и LU-разложение?
6. Почему для решения системы обычно предпочтительнее решать $(Ax=b)$, а не вычислять $(A^{-1}b)$?
7. Как строятся итерационные схемы Якоби и Зейделя? В чём их различие?
8. Какие условия обеспечивают сходимость итерационных методов?
9. Какие критерии остановки применяются при итерационном решении линейной системы?
10. Что характеризует число обусловленности матрицы?
11. При каких условиях степенной метод позволяет определить доминирующее собственное значение?
12. Как связаны собственные значения и собственные векторы с частотами и формами колебаний механической системы?

Контрольные задания

Задание 4. Прямое решение линейной системы.

Решить методом Гаусса с выбором главного элемента:

$$\begin{cases} 4x_1 - x_2 = 15, \\ -x_1 + 4x_2 - x_3 = 10, \\ -x_2 + 3x_3 = 10. \end{cases}$$

Вычислить определитель матрицы коэффициентов. Проверить решение встроенным средством и определить норму невязки.

Задание 5. Сравнение методов Якоби и Зейделя.

Решить систему:

$$\begin{cases} 10x_1 - x_2 + 2x_3 = 6, \\ -x_1 + 11x_2 - x_3 = 22, \\ 2x_1 - x_2 + 10x_3 = -10. \end{cases}$$

Начальное приближение — нулевой вектор. Остановку выполнять при относительной норме невязки не более (10^{-6}) .

Сравнить число итераций и построить графики изменения невязки.

Задание 6. Собственные частоты механической системы.

Для матриц

$$K = 1000$$

```

\begin{pmatrix}
2&-1\\
-1&1
\end{pmatrix}\text{H/м},
\quad
M=
\begin{pmatrix}
2&0\\
0&1
\end{pmatrix}\text{кг}

```

решить обобщённую задачу

```

\left[
K\varphi=\omega^2M\varphi.
\right]

```

Определить собственные частоты в рад/с и Гц, представить формы колебаний и проверить невязки собственных пар.

Раздел 3. Нелинейные уравнения и системы уравнений

Контрольные вопросы

1. Что означает отделение корня нелинейного уравнения?
2. При каких условиях изменение знака функции на концах интервала гарантирует наличие корня?
3. Как работает метод половинного деления и оценивается его погрешность?
4. Как привести уравнение к форме простой итерации?
5. Как выбор итерационной функции влияет на сходимость?
6. Какова геометрическая интерпретация метода Ньютона?
7. Почему метод Ньютона может расходиться или сходиться к нежелательному корню?
8. Чем метод секущих отличается от метода Ньютона?
9. Какие критерии остановки необходимы при поиске корня?
10. Что представляет собой матрица Якоби нелинейной системы?
11. Как вычисляется поправка в методе Ньютона для системы уравнений?
12. Для чего применяются масштабирование переменных и демпфирование поправки?

Контрольные задания

Задание 7. Сравнение методов решения скалярного уравнения.

Найти корень

```

\left[
x^3-x-2=0
\right]

```

на интервале $[1;2]$ методами половинного деления, Ньютона и секущих. Для метода Ньютона принять $(x_0=1,5)$, для метода секущих — начальные значения 1 и 2. Обеспечить $(|f(x)| \leq 10^{-6})$, контролируя также изменение приближений. Сравнить число итераций и вычислений функции.

Задание 8. Исследование простой итерации.

Для того же уравнения использовать схему

```

\left[
x_{k+1}=\sqrt[3]{x_k+2}.
\right]

```

Проверить достаточные условия сходимости на интервале $[1;2]$. Выполнить расчёт из двух различных начальных приближений и объяснить полученные результаты.

Задание 9. Решение нелинейной системы.

Решить методом Ньютона:

```

\begin{cases}
x^2+y^2=5,\\
x-y=1.
\end{cases}

```

Использовать начальные приближения $(1,8;0,8)$ и $(-0,8;-1,8)$. Получить матрицу Якоби, проверить найденные решения и объяснить влияние начального приближения.

Раздел 4. Табличные зависимости, производные и интегралы

Контрольные вопросы

1. Чем интерполяция отличается от аппроксимации и экстраполяции?
2. Как строится интерполяционный полином Лагранжа?
3. Что такое разделённые разности и как они используются в полиноме Ньютона?
4. От чего зависит погрешность полиномиальной интерполяции?
5. Почему увеличение степени интерполяционного полинома не всегда повышает точность?
6. Какие условия обеспечивают гладкость кубического сплайна?
7. Какой критерий лежит в основе метода наименьших квадратов?
8. Почему интерполяция всех экспериментальных точек может быть нецелесообразной?
9. Как получают прямую, обратную и центральную разностные формулы первой производной?
10. Почему чрезмерное уменьшение шага может ухудшить численное дифференцирование?

11. Как шум исходных данных влияет на вычисление производных?
12. Как строятся составные формулы трапеций и Симпсона?
13. Какие ограничения на сетку имеет составная формула Симпсона?
14. Как оценивается погрешность интегрирования при сгущении сетки?
15. Чем адаптивное интегрирование отличается от интегрирования с постоянным шагом?

Контрольные задания

Задание 10. Интерполяция табличной функции.

Для функции $f(x)=1/(1+x^2)$ сформировать таблицу в узлах $(x=-2,-1,0,1,2)$. Построить полиномы Лагранжа и Ньютона, вычислить значение при $(x=0,5)$. Сравнить его с непосредственным вычислением функции. Построить графики функции и интерполяционного полинома.

Задание 11. Аппроксимация экспериментальной зависимости.

По условным данным испытания пружины:

Удлинение, мм 0 2 4 6 8 10

Сила, Н 0,2 10,1 19,8 30,3 39,9 50,2

построить зависимость $(F=a+b\Delta l)$ методом наименьших квадратов. Определить коэффициенты, остатки и оценить жёсткость пружины в Н/м.

Задание 12. Численное дифференцирование.

Вычислить первую производную $(f(x)=\sin x)$ при $(x=1)$ прямой и центральной разностями для шагов $(10^{-1}, 10^{-2}, 10^{-3}, 10^{-4})$. Сравнить с аналитическим значением, определить погрешности и оценить наблюдаемый порядок точности.

Задание 13. Интегрирование распределённой нагрузки.

Нагрузка на стержень задана функцией

$$q(x)=1000\left(1+\frac{x}{L}\right) \text{ Н/м}, \\ \text{где } L=2 \text{ м}.$$

Вычислить равнодействующую и её момент относительно начала стержня методами трапеций и Симпсона. Использовать 4, 8 и 16 равных подынтервалов. Сопоставить результаты с аналитическими значениями.

Раздел 5. Дифференциальные уравнения и динамические расчёты

Контрольные вопросы

1. Какие данные необходимы для постановки задачи Коши?
2. Как преобразовать дифференциальное уравнение второго порядка в систему первого порядка?
3. Как строится явный метод Эйлера?
4. Чем локальная погрешность отличается от глобальной?
5. Как связаны шаг интегрирования и устойчивость численной схемы?
6. Какова последовательность вычислений в классическом методе Рунге — Кутты четвёртого порядка?
7. Для чего используются вложенные схемы и адаптивный выбор шага?
8. Как абсолютный и относительный допуски влияют на работу решателя?
9. Чем многошаговые методы отличаются от одношаговых?
10. Как получают стартовые значения для метода Адамса?
11. Чем методы Адамса — Башфорта отличаются от методов Адамса — Моултона?
12. Что понимается под жёсткостью системы дифференциальных уравнений?
13. Почему точки вывода результата могут не совпадать с внутренними шагами решателя?
14. Как организуется обнаружение событий при интегрировании?
15. Как использовать энергетический баланс для проверки динамического расчёта?

Контрольные задания

Задание 14. Сравнение методов Эйлера и Рунге — Кутты.

Решить задачу

$$y'=-2y, \text{ где } y(0)=1, \text{ где } 0 \leq t \leq 2$$

явным методом Эйлера и методом Рунге — Кутты четвёртого порядка. Использовать шаги 0,2; 0,1; 0,05. Сравнить с точным решением, определить максимальные ошибки в узлах сетки и оценить порядок точности.

Задание 15. Реализация метода Адамса.

Решить задачу

$$y'=y-t^2+1, \text{ где } y(0)=0, \text{ где } 0 \leq t \leq 2$$

двухшаговым методом Адамса — Башфорта. Стартовое значение получить методом Рунге — Кутты четвёртого порядка.

Выполнить расчёт при шагах 0,1 и 0,05 и сравнить с решением встроенного решателя с ужесточёнными допусками.

Задание 16. Расчёт вынужденных колебаний.

Для системы

$$m\ddot{x}+c\dot{x}+kx=F_0\cos(\Omega t)$$

принять $(m=1)$ кг, $(c=0,4)$ Н·с/м, $(k=4)$ Н/м, $(F_0=1)$ Н, $(\Omega=1,5)$ рад/с, $(x(0)=\dot{x}(0)=0)$. Выполнить расчёт

на интервале 0–20 с. Построить графики перемещения и скорости, фазовую траекторию. Проверить изменение результата при ужесточении допусков.

Задание 17. Контроль энергетического баланса.

Для свободных колебаний системы из задания 16 принять $(F_0=0)$, $(x(0)=0; 1)$ м, $(\dot{x}(0)=0)$. Рассмотреть случаи $(c=0)$ и $(c=0; 4)$ Н·с/м. Определить изменение полной механической энергии и сопоставить его с работой силы сопротивления.

2. Промежуточная аттестация

Форма промежуточной аттестации в аннотации не указана. Предлагаемый комплект может использоваться для зачёта или экзамена: два теоретических вопроса и одно комплексное практическое задание.

Теоретические вопросы

1. Этапы компьютерного решения инженерной задачи и способы обеспечения воспроизводимости расчёта.
2. Источники вычислительных погрешностей; обусловленность задачи и устойчивость алгоритма.
3. Сходимость численного метода, порядок точности и способы экспериментальной оценки погрешности.
4. Метод Гаусса с выбором главного элемента, LU-разложение и вычисление определителя.
5. Методы Якоби и Зейделя: построение схем, условия сходимости и критерии останова.
6. Вычисление собственных значений и векторов; применение к определению частот и форм колебаний.
7. Методы половинного деления и простой итерации: условия применимости и оценка точности.
8. Методы Ньютона и секущих: сходимость, выбор начального приближения и причины неудачного расчёта.
9. Метод Ньютона для нелинейной системы: матрица Якоби, масштабирование и демпфирование.
10. Полиномы Лагранжа и Ньютона; погрешность интерполяции и влияние расположения узлов.
11. Кусочная интерполяция, кубические сплайны и аппроксимация методом наименьших квадратов.
12. Численное дифференцирование: разностные формулы, выбор шага и влияние шума данных.
13. Численное интегрирование: формулы трапеций и Симпсона, оценка погрешности и адаптивные процедуры.
14. Задача Коши, методы Эйлера и Рунге — Кутты; точность и устойчивость интегрирования.
15. Методы Адамса: стартовые значения, схемы предиктора и корректора, особенности многошагового расчёта.
16. Выбор программного решателя для нежёсткой и жёсткой системы; настройка допусков и обнаружение событий.
17. Проверка инженерного расчёта посредством аналитического решения, невязки, сгущения сетки и физических законов.

Комплексные практические задания

Вариант 1. Линейная система и чувствительность решения

Для системы из задания 4:

1. Получить решение прямым методом и встроенным решателем.
2. Определить невязку и число обусловленности матрицы.
3. Увеличить первый компонент правой части на 1 % и оценить относительное изменение решения.
4. Объяснить полученные результаты.

Вариант 2. Собственные колебания

Для механической системы из задания 6:

1. Определить собственные частоты и формы колебаний.
2. Проверить невязки собственных пар.
3. Увеличить обе массы на 20 % и повторить расчёт.
4. Объяснить направление изменения частот с физической точки зрения.

Вариант 3. Нелинейная характеристика пружины

Для характеристики

$$F(x) = 1000x + 10^5 x^3,$$

где (x) выражено в метрах, определить удлинение при силе 100 Н:

1. Отделить корень на интервале $([0; 0; 1])$ м.
2. Найти его двумя численными методами.
3. Проверить невязку и сравнить вычислительные затраты.
4. Вычислить касательную жёсткость в найденной точке.

Вариант 4. Обработка табличной зависимости

Для данных из задания 11:

1. Построить линейную аппроксимацию и интерполяционный сплайн.
2. Определить силу при удлинении 5 мм обоими способами.
3. Вычислить работу силы на интервале удлинения 0–10 мм по линейной аппроксимации и методом трапеций по таблице.
4. Обосновать различия результатов и выполнить проверку единиц измерения.

Вариант 5. Динамический расчёт

Для системы из задания 16:

1. Записать систему дифференциальных уравнений первого порядка.
2. Выполнить расчёт встроенным решателем при двух уровнях допусков.
3. Определить максимальное абсолютное перемещение на интервале расчёта.
4. Представить графики и оценить численную достоверность результата.

Вариант 6. Численное интегрирование с обнаружением события

Рассмотреть свободные колебания:

$$\ddot{x} + 0; 4 \dot{x} + 4x = 0, \quad x(0) = 0; 1, \quad \dot{x}(0) = 0.$$

1. Вычислить движение на интервале 0–10 с.
2. Определить момент первого прохождения положения $\backslash(x=0\backslash)$ при отрицательной скорости.
3. Проверить устойчивость найденного момента к ужесточению допусков.
4. Построить график энергии и объяснить характер её изменения.

Требования к представлению решения

Для расчётных заданий студент представляет:

- исходные данные и математическую постановку;
- выбранный метод и его обоснование;
- программу или расчётный файл;
- результаты с единицами измерения;
- проверку точности и корректности;
- краткую интерпретацию результата.

При оценивании учитываются правильность постановки задачи, обоснованность метода, корректность программы, качество проверки и способность студента объяснить полученное решение.

5.2. Темы курсовых работ (проектов)

курсовых работ не предусмотрено

5.3. Фонд оценочных средств

1 Паспорт фонда оценочных средств

Параметр Значение

Дисциплина Программные системы компьютерной математики

Направление и профиль 15.03.03 — РФ, 650500 — КР Прикладная механика; Вычислительная механика и компьютерный инжиниринг

Уровень и форма обучения Бакалавриат, очная

Курс и семестр 3 курс, 5 семестр

1 1 Проверяемая компетенция

ОПК-11: Способен выявлять естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, привлекать для их решения физико-математический аппарат и современные компьютерные технологии.

Оценивание направлено на предметные результаты дисциплины. Вывод о сформированности ОПК-11 в целом принимается с учётом результатов других дисциплин и практик образовательной программы.

1 2 Проверяемые результаты обучения

Знания: численные методы решения линейных и нелинейных уравнений, вычисления определителей и собственных пар матриц, интерполяции, дифференцирования, интегрирования и решения обыкновенных дифференциальных уравнений; условия сходимости и способы контроля точности.

Умения: выбирать применимый метод; выполнять расчёты в программной среде; настраивать допуски и критерии остановки; проверять результат аналитически, по невязке или при изменении параметров вычислений.

Владение: реализацией и применением численных алгоритмов, визуализацией данных, интерпретацией результатов инженерного расчёта и обеспечением его воспроизводимости.

1 3 Обозначения в фонде

P1–P5 — локальные обозначения групп предметных результатов, а не официальные коды индикаторов ОПК-11. Т — тестовое задание; З — расчётно-программное задание; П — практическая работа; К — контрольная работа; И — итоговый практический вариант.

2 Матрица содержания и оценочных средств

Результат и раздел Проверяемые действия Материалы

P1 Организация вычислений и достоверность результата Организация воспроизводимого расчёта; анализ погрешностей; символьная проверка Вопросы 3.1; T1–T4; 31–33; П1; К1; И1

P2 Матричные вычисления Решение СЛАУ; вычисление определителя и собственных пар; контроль сходимости Вопросы 3.2; T5–T8; 34–36; П2–П4; К1; И1–И2

P3 Нелинейные уравнения Отделение корней; выбор начального приближения; решение системы методом Ньютона Вопросы 3.3; T9–T12; 37–39; П5–П6; К1; И3

P4 Табличные зависимости и операции анализа Интерполяция и аппроксимация; численные производные и интегралы; контроль погрешности Вопросы 3.4; T13–T16; 310–313; П7–П9; К2; И4

P5 Дифференциальные уравнения и динамика Интегрирование задачи Коши; выбор шага и решателя; физическая проверка Вопросы 3.5; T17–T20; 314–317; П10–П12; К2; И5–И6

2 1 Состав и применение фонда

Текущий контроль включает устные опросы, два тестирования, выполнение и защиту 12 практических работ и две контрольные работы. Индивидуальные задания на самостоятельную работу выбираются из банка 31–317 с изменением исходных данных. Анализ ошибок, сравнительное исследование методов и инженерные кейсы включены в эти задания. Задания на самостоятельную работу учитываются при защите соответствующей практической работы или в контрольной работе; отдельное повторное начисление баллов за один и тот же результат не производится.

2 2 Общие требования к расчётному ответу

1. Постановка задачи, исходные данные и единицы измерения.
 2. Обоснование метода и условий его применимости.
 3. Программа или расчётный файл с настройками точности и остановки.
 4. Численные результаты и необходимые графики или таблицы.
 5. Независимая проверка и оценка погрешности.
 6. Вывод с математической и, где применимо, физической интерпретацией.
- При оценке реализации алгоритма запрещено заменять требуемый метод вызовом встроенного решателя. Встроенные средства разрешены для независимой проверки. Для заданий на применение готовых программных средств такое ограничение не действует.
- ### 3 Контрольные вопросы для текущего контроля
- #### 3 1 Организация вычислений
1. Чем различаются численные, символьные и графические вычисления? Как их сочетать в инженерной задаче?
 2. Какие данные и настройки необходимы для воспроизводимости расчёта?
 3. Какие источники погрешностей встречаются в компьютерном расчёте?
 4. Как определяются абсолютная и относительная погрешности? Когда относительная погрешность неинформативна?
 5. Почему вычитание близких чисел может приводить к потере значащих цифр?
 6. Чем обусловленность задачи отличается от устойчивости алгоритма?
 7. Что означает сходимость метода и как определяют порядок точности?
 8. Чем невязка отличается от ошибки решения?
 9. Как символьные вычисления помогают подготовить и проверить численный расчёт?
 10. Как правильно представить инженерный результат графиками и таблицами?
- #### 3 2 Матричные вычисления
1. Когда квадратная линейная система имеет единственное решение?
 2. В чём состоят прямой и обратный ход метода Гаусса?
 3. Зачем нужен выбор главного элемента? Как перестановки строк влияют на определитель?
 4. Как связаны исключение Гаусса и LU-разложение?
 5. Почему решение линейной системы предпочтительнее явного вычисления обратной матрицы?
 6. Чем отличаются итерационные схемы Якоби и Зейделя?
 7. Каковы условия сходимости и критерии остановки итераций?
 8. Что характеризует число обусловленности матрицы?
 9. При каких условиях степенной метод определяет доминирующую собственную пару?
 10. Как собственные значения и векторы связаны с частотами и формами колебаний?
- #### 3 3 Нелинейные уравнения
1. Что означает отделение корня? Какую роль играет непрерывность функции?
 2. Как работает метод половинного деления и оценивается его погрешность?
 3. Как строится простая итерация и проверяются условия её сходимости?
 4. Какова геометрическая интерпретация метода Ньютона?
 5. Как малые значения производной и кратность корня влияют на метод Ньютона?
 6. Чем отличаются методы Ньютона и секущих?
 7. Почему начальное приближение влияет на найденный корень?
 8. Какие критерии остановки и ограничения числа итераций необходимы?
 9. Как строится матрица Якоби и вычисляется поправка для нелинейной системы?
 10. Для чего нужны масштабирование переменных и демпфирование поправки?
- #### 3 4 Табличные зависимости
1. Чем различаются интерполяция, аппроксимация и экстраполяция?
 2. Как строятся полиномы Лагранжа и Ньютона?
 3. Как расположение узлов и степень полинома влияют на точность интерполяции?
 4. Какие условия обеспечивают гладкость кубического сплайна?
 5. Какой критерий лежит в основе метода наименьших квадратов?
 6. Как получают прямые, обратные и центральные разности?
 7. Почему уменьшение шага не всегда улучшает численную производную?
 8. Как шум исходных данных влияет на дифференцирование?
 9. Как строятся составные формулы трапеций и Симпсона и каковы требования к сетке?
 10. Как оценивают погрешность при сгущении сетки? Как работает адаптивное интегрирование?
- #### 3 5 Дифференциальные уравнения
1. Какие данные задают задачу Коши? Как уравнение второго порядка приводят к системе первого порядка?
 2. Как строится явный метод Эйлера и чем отличается схема Хойна?
 3. Чем локальная погрешность отличается от глобальной?
 4. Как связаны шаг и устойчивость метода?
 5. Каковы этапы классического метода Рунге — Кутты четвёртого порядка?
 6. Для чего нужны вложенные схемы и адаптивный выбор шага?
 7. Как получают стартовые значения для метода Адамса?
 8. Чем отличаются методы Адамса — Башфорта и Адамса — Моултона?
 9. Что такое жёсткость задачи и как она влияет на выбор решателя?
 10. Как применяют обнаружение событий, изменение допусков и баланс энергии для проверки динамического расчёта?
- Опрос: 2–3 вопроса по освоенному разделу, 5–10 минут. Ответ фиксируется качественно по критериям раздела 8; отдельные баллы за опрос не добавляются к рейтингу.
- #### 4 Тестовые задания

Каждое задание имеет один правильный ответ. Тестирование 1: T1–T10; тестирование 2: T11–T20. Время на каждый тест — 20 минут. Каждый правильный ответ оценивается в 0,5 балла; максимум за два теста — 10 баллов.

T1 Относительная погрешность ненулевой величины определяется как

- А. Отношение абсолютной погрешности к модулю эталонного значения
- Б. Разность приближения и эталона без модуля
- В. Число итераций
- Г. Норма невязки

T2 Обусловленность характеризует

- А. Скорость работы компьютера
- Б. Чувствительность решения к изменениям исходных данных
- В. Количество строк программы
- Г. Число графиков

T3 Устойчивость алгоритма связана с

- А. Наличием символьного ответа
- Б. Высокой степенью полинома
- В. Влиянием вычислительных возмущений на результат
- Г. Только размером матрицы

T4 Малая невязка решения линейной системы

- А. Всегда гарантирует нулевую ошибку
- Б. Гарантирует точность всех исходных данных
- В. Позволяет не учитывать обусловленность
- Г. Не всегда означает малую ошибку решения

T5 Перестановка двух строк матрицы

- А. Меняет знак её определителя
- Б. Не меняет определитель
- В. Всегда делает определитель нулевым
- Г. Меняет ранг на единицу

T6 Выбор главного элемента в методе Гаусса нужен прежде всего для

- А. Исключения обратного хода
- Б. Снижения неблагоприятного влияния малых ведущих элементов
- В. Перехода к нелинейной системе
- Г. Получения всех собственных значений

T7 В методе Зейделя

- А. Всегда вычисляется обратная матрица
- Б. Новые компоненты не используются до конца итерации
- В. Используются уже обновлённые компоненты текущей итерации
- Г. Начальное приближение не требуется

T8 В задаче $K\varphi = \lambda M\varphi$ для свободных колебаний λ соответствует

- А. Частоте в герцах
- Б. Амплитуде колебаний
- В. Коэффициенту демпфирования
- Г. Квадрату угловой собственной частоты

T9 Непрерывность f на $[a, b]$ и $f(a)f(b) < 0$ гарантируют

- А. Наличие хотя бы одного корня внутри интервала
- Б. Единственность корня
- В. Квадратичную сходимость метода Ньютона
- Г. Отсутствие кратных корней вне интервала

T10 Достаточное условие сжатия для простой итерации на сохраняемом интервале

- А. Модуль производной итерационной функции больше единицы
- Б. Модуль производной ограничен числом $q < 1$
- В. Производная исходной функции равна нулю
- Г. Любое начальное приближение из всей числовой оси

T11 Метод секущих в стандартной форме требует

- А. Вычисления второй производной
- Б. Только матрицы Якоби
- В. Двух начальных приближений
- Г. Знания точного корня

T12 Поправка метода Ньютона для системы находится из

- А. Задачи на собственные значения
- Б. Уравнения энергии
- В. Квадратурной формулы
- Г. Линейной системы с матрицей Якоби

T13 Интерполяционная функция должна

- А. Проходить через заданные узловые значения
- Б. Минимизировать только сумму квадратов остатков
- В. Быть прямой при любых данных
- Г. Совпадать с точной функцией во всех точках

T14 Метод наименьших квадратов минимизирует

- А. Сумму значений аргумента
 Б. Сумму квадратов отклонений модели от данных
 В. Степень любого полинома
 Г. Модуль определителя
- T15 Уменьшение шага при численном дифференцировании
 А. Всегда исключает ошибку
 Б. Никогда не влияет на округление
 В. Может усилить влияние округления и шума
 Г. Гарантирует точную производную
- T16 Составная формула Симпсона 1/3 на равномерной сетке требует
 А. Нечётного числа подынтервалов
 Б. Одного узла
 В. Неравномерного расположения всех узлов
 Г. Чётного числа подынтервалов
- T17 Явный метод Эйлера для гладкой задачи имеет глобальный порядок точности
 А. Первый
 Б. Второй
 В. Четвёртый
 Г. Неограниченный
- T18 Для запуска многошагового метода Адамса обычно требуются
 А. Только графики
 Б. Стартовые значения на нескольких узлах
 В. Все собственные значения матрицы
 Г. Обратная функция
- T19 Для жёсткой задачи явный метод может потребовать малый шаг прежде всего из-за
 А. Размеров рисунка
 Б. Числа десятичных знаков в отчёте
 В. Ограничения устойчивости
 Г. Отсутствия начальных условий
- T20 Для свободной системы с вязким сопротивлением и без внешнего подвода энергии полная механическая энергия
 А. Обязательно возрастает
 Б. Сохраняется при любом сопротивлении
 В. Всегда становится отрицательной
 Г. Не возрастает
- 5 Банк расчётно программных заданий
 Банк применяется на практических занятиях, в самостоятельной работе и при комплектовании контрольных работ. Полный банк не является перечнем дополнительных обязательных работ сверх учебного плана. Общие требования к отчёту приведены в разделе 2.2.
- 31 Потеря значащих цифр
 Проверяемая группа результатов: P1.
 $f(x) = (\sqrt{1+x} - 1)/x$
 Вычислить выражение при $x = 10^{-2}, 10^{-6}, 10^{-10}, 10^{-14}$. Получить эквивалентную форму без вычитания близких чисел. Сравнить результаты и объяснить различия.
- 32 Символьная проверка закона движения
 Проверяемая группа результатов: P1.
 $s(t) = 0,2t^3 - 0,5t^2 + 2t$
 Для закона движения получить скорость и ускорение символьно. Создать численно вычисляемые функции и построить три графика на интервале 0–5 с. Перемещение задано в метрах.
- 33 Воспроизводимый расчёт удлинения стержня
 Проверяемая группа результатов: P1.
 $\Delta l = Fl/EA$
 $F = 20 \text{ кН}; l = 2 \text{ м}; E = 200 \text{ ГПа}; A = 400 \text{ мм}^2$. Перевести данные в СИ, проверить их допустимость, сохранить исходные данные и результат. Оценить изменение удлинения при увеличении силы на 1 %.
- 34 Метод Гаусса и определитель
 Проверяемая группа результатов: P2.
 $4x_1 - x_2 = 15$
 $-x_1 + 4x_2 - x_3 = 10$
 $-x_2 + 3x_3 = 10$
 Решить систему методом Гаусса с выбором главного элемента. Вычислить определитель с учётом перестановок строк. Проверить результат встроенным решателем и определить норму невязки.
- 35 Методы Якоби и Зейделя
 Проверяемая группа результатов: P2.
 $10x_1 - x_2 + 2x_3 = 6$
 $-x_1 + 11x_2 - x_3 = 22$
 $2x_1 - x_2 + 10x_3 = -10$
 Начальное приближение — нулевой вектор. Критерий остановки: $\|Ax - b\|_2 / \|b\|_2 \leq 10^{-6}$; ограничение 1000 итераций. Сравнить число итераций и графики невязки. Обосновать сходимость.
- 36 Собственные частоты и формы

Проверяемая группа результатов: P2.

$$K\phi = \omega^2 M\phi$$

Матрица жёсткости K имеет строки (2000; -1000) и (-1000; 1000), единицы Н/м. Матрица масс $M = \text{diag}(2; 1)$, единицы кг. Определить частоты в рад/с и Гц, нормировать формы и проверить невязки. Дополнительно оценить изменение частот при увеличении обеих масс на 20 %.

37 Сравнение методов поиска корня

Проверяемая группа результатов: P3.

$$x^3 - x - 2 = 0$$

Найти корень на [1; 2] методами половинного деления, Ньютона и секущих. Для Ньютона $x_0 = 1,5$; для секущих $x_0 = 1$, $x_1 = 2$. Обеспечить $|f(x)| \leq 10^{-6}$ и $|\Delta x| \leq 10^{-6}$; предел 100 итераций. Сравнить число итераций и вычислений функции.

38 Простая итерация

Проверяемая группа результатов: P3.

$$x_{k+1} = \sqrt[3]{x_k + 2}$$

Проверить достаточные условия сходимости схемы на [1; 2]. Выполнить расчёт при начальных значениях 1 и 2 с критериями 37. Объяснить влияние начального приближения.

39 Нелинейная система

Проверяемая группа результатов: P3.

$$x^2 + y^2 = 5$$

$$x - y = 1$$

Получить матрицу Якоби и решить систему методом Ньютона из начальных приближений (1,8; 0,8) и (-0,8; -1,8).

Использовать нормы поправки и невязки не более 10^{-8} ; предел 100 итераций. Объяснить получение разных решений.

310 Полиномиальная интерполяция

Проверяемая группа результатов: P4.

$$f(x) = 1/(1+x^2)$$

Сформировать таблицу в узлах -2, -1, 0, 1, 2. Построить полиномы Лагранжа и Ньютона, вычислить значение при $x = 0,5$.

Сравнить с точной функцией и построить графики на [-2; 2].

311 Аппроксимация испытания пружины

Проверяемая группа результатов: P4.

Удлинение в мм: 0; 2; 4; 6; 8; 10. Сила в Н: 0,2; 10,1; 19,8; 30,3; 39,9; 50,2. Построить модель $F = a + b\Delta l$ методом наименьших квадратов. Определить остатки и жёсткость в Н/м. Объяснить ненулевое свободное слагаемое.

312 Численная производная

Проверяемая группа результатов: P4.

Для $f(x) = \sin x$ вычислить первую производную при $x = 1$ прямой и центральной разностями. Шаги: 10^{-1} , 10^{-2} , 10^{-3} , 10^{-4} .

Найти абсолютные ошибки относительно $\cos 1$ и оценить наблюдаемый порядок точности.

313 Интегрирование распределённой нагрузки

Проверяемая группа результатов: P4.

$$q(x) = 1000(1 + x/L) \text{ Н/м}$$

При $L = 2$ м найти равнодействующую и момент относительно $x = 0$ по интегралам $q(x)$ и $xq(x)$. Применить трапеции и Симпсона для 4, 8, 16 подынтервалов. Сравнить с аналитическими значениями и объяснить точность на данном примере.

314 Методы Эйлера и Рунге — Кутты

Проверяемая группа результатов: P5.

$$y' = -2y, \quad y(0) = 1$$

Решить задачу на [0; 2] методами Эйлера и Рунге — Кутты четвёртого порядка. Шаги 0,2; 0,1; 0,05. Определить максимальные ошибки в узлах относительно точного решения, оценить порядок точности.

315 Двухшаговый метод Адамса

Проверяемая группа результатов: P5.

$$y' = y - t^2 + 1, \quad y(0) = 0,5$$

Решить задачу на [0; 2] методом Адамса — Башфорта второго порядка с шагами 0,1 и 0,05. Стартовое значение получить методом Рунге — Кутты четвёртого порядка. Сопоставить с точным решением и встроенным решателем.

316 Вынужденные колебания

Проверяемая группа результатов: P5.

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F_0 \cos(\Omega t)$$

$m = 1$ кг; $c = 0,4$ Н·с/м; $k = 4$ Н/м; $F_0 = 1$ Н; $\Omega = 1,5$ рад/с. Начальные перемещение и скорость нулевые. Рассчитать движение на 0–20 с при двух уровнях допусков. Построить графики x , скорости и фазовую траекторию.

317 Энергетическая проверка

Проверяемая группа результатов: P5.

Для свободной системы с параметрами 316 принять $F_0 = 0$, $x(0) = 0,1$ м, $x'(0) = 0$. Рассмотреть $c = 0$ и $c = 0,4$ Н·с/м на 0–10 с. Сравнить изменение полной энергии с работой силы сопротивления и повторить расчёт при ужесточении допусков.

5 1 Дополнительное задание на анализ ошибок

В расчётной программе намеренно допущены ошибки: несовместимые единицы измерения; вычисление обратной матрицы вместо решения системы; остановка итераций только по малому изменению приближения; неверная форма вектора состояния; отсутствие перевода частоты из рад/с в Гц. Преподаватель выбирает две ошибки. Студент обнаруживает их, объясняет последствия и подтверждает исправление повторным расчётом. Оценивается в составе защиты соответствующей работы.

6 Практические и контрольные работы

6 1 Перечень практических работ

Работа Содержание и банк заданий Часы

П1 Воспроизводимый расчёт, символьная проверка и погрешности; 31–33 2

П2 Метод Гаусса и определитель; 34 2
 П3 Методы Якоби и Зейделя; 35 2
 П4 Собственные частоты и формы; 36 2
 П5 Скалярные нелинейные уравнения; 37–38 2
 П6 Нелинейная система; 39 2
 П7 Интерполяция и аппроксимация; 310–311 2
 П8 Численное дифференцирование; 312 2
 П9 Численное интегрирование; 313 2
 П10 Методы Эйлера и Рунге — Кутты; 314 2
 П11 Метод Адамса; 315 2
 П12 Динамическая модель и её проверка; 316–317 2
 Итого 24

В работах, объединяющих несколько заданий, преподаватель выделяет основную расчётную часть для занятия; подготовка данных, оформление и расширенное исследование относятся к самостоятельной работе. Дополнительные аудиторские часы не вводятся.

6 2 Контрольная работа К1

Разделы Р1–Р3. Время — 60 минут. Максимум — 7 баллов.

Вариант А: 1) решить систему 34 методом Гаусса, определить невязку; 2) выполнить первые три итерации Ньютона для уравнения 37 при $x_0 = 1,5$ и проверить достигнутую точность; 3) объяснить различие ошибки и невязки.

Вариант Б: 1) выполнить первые три итерации Якоби для системы 35 из нулевого приближения и проверить условие сходимости; 2) найти корень 37 методом половинного деления с погрешностью по интервалу не более 10^{-3} ; 3) объяснить назначение выбора главного элемента.

6 3 Контрольная работа К2

Разделы Р4–Р5. Время — 60 минут. Максимум — 7 баллов.

Вариант А: 1) вычислить производную $\sin x$ при $x = 1$ центральной разностью, $h = 0,1$ и $0,05$, оценить ошибки; 2) получить значения решения 314 методом Эйлера на $0–0,5$ с, $h = 0,1$; 3) объяснить отличие локальной и глобальной ошибок.

Вариант Б: 1) найти равнодействующую и момент нагрузки 313 методом Симпсона на четырёх подынтервалах; 2) получить значения решения 314 методом Рунге — Кутты четвёртого порядка на $0–0,5$ с, $h = 0,1$; 3) объяснить необходимость стартовых значений в методе Адамса.

Оценивание каждой контрольной работы: построение алгоритмов и формул — 3 балла; результаты и проверка точности — 2; объяснение и вывод — 2. Частичный балл определяется долей правильно выполненных действий; арифметическая ошибка не обнуляет правильное обоснование.

7 Материалы промежуточной аттестации

7 1 Организация

Предлагаемый формат: два теоретических вопроса и одно компьютерное задание. Продолжительность — 90 минут: практическая часть 60 минут, подготовка теоретического ответа 15 минут, собеседование 15 минут. Формат и время согласуются при утверждении ФОС.

Разрешены установленная вычислительная среда, официальная справка по её функциям и выданные исходные данные. Готовые решения данного варианта и обмен файлами между студентами не допускаются. Студент сохраняет расчётный файл; преподаватель проверяет его запуск и задаёт вопросы по выбранному методу и результату.

7 2 Теоретические вопросы

1. Этапы компьютерного решения инженерной задачи и воспроизводимость расчёта.
2. Источники погрешностей, обусловленность задачи и устойчивость алгоритма.
3. Сходимость, порядок точности и экспериментальная оценка погрешности.
4. Метод Гаусса с выбором главного элемента, LU-разложение и определитель.
5. Методы Якоби и Зейделя: схемы, сходимость и критерии останова.
6. Собственные значения и векторы; частоты и формы колебаний.
7. Методы половинного деления и простой итерации: применимость и точность.
8. Методы Ньютона и секущих: сходимость и выбор начальных приближений.
9. Метод Ньютона для нелинейной системы: Якобиан, масштабирование и демпфирование.
10. Полиномы Лагранжа и Ньютона; погрешность и выбор узлов.
11. Кусочная интерполяция, кубические сплайны и метод наименьших квадратов.
12. Разностное дифференцирование: точность, выбор шага и шум данных.
13. Квадратурные формулы, оценка ошибки и адаптивное интегрирование.
14. Задача Коши, методы Эйлера и Рунге — Кутты; точность и устойчивость.
15. Методы Адамса: стартовые значения и схемы предиктора и корректора.
16. Выбор решателя для нежёсткой и жёсткой задачи; допуски и события.
17. Независимая проверка инженерного расчёта по невязке, аналитическому решению, сетке и физическим законам.

7 3 Итоговые практические варианты

И1 Линейная система и чувствительность

Использовать систему 34. Решить её прямым методом и встроенным решателем; вычислить невязку и число обусловленности в норме 2. Увеличить первый компонент правой части на 1 %; найти относительное изменение решения в норме 2. Объяснить результат.

И2 Собственные колебания

Использовать матрицы 36. Найти частоты и формы колебаний, проверить собственные пары. Увеличить обе массы на 20 % и повторить расчёт. Объяснить изменение частот; указать принятую нормировку форм.

И3 Нелинейная пружина

Сила $F(x) = 1000x + 10^5 x^3$, x в метрах, F в ньютонах. Найти удлинение при $F = 100$ Н на $[0; 0,1]$ м двумя численными методами. Контролировать невязку не более 10^{-6} Н и изменение x не более 10^{-8} м. Определить касательную жёсткость, сравнить затраты двух методов.

И4 Табличная характеристика

Использовать данные 311. Построить линейную аппроксимацию и естественный кубический сплайн с нулевыми вторыми производными на концах. Найти силу при удлинении 5 мм. Вычислить работу силы на 0–10 мм по линейной модели и методом трапеций по таблице. Проверить единицы и объяснить различия.

И5 Вынужденные колебания

Использовать параметры 316. Составить систему первого порядка. Решить её встроенным решателем при парах допусков (относительный 10^{-4} , абсолютный 10^{-7}) и $(10^{-7}, 10^{-10})$ в СИ. Сравнить решения на общей сетке из 2001 точки. Найти максимальное абсолютное перемещение на этой сетке, построить графики и оценить достоверность.

И6 Свободные колебания и событие

Использовать параметры 317 при $c = 0,4$ Н·с/м. На 0–10 с определить время первого прохождения $x = 0$ при отрицательной скорости средствами обнаружения событий. Сопоставить результаты при двух парах допусков из И5. Построить график полной энергии и объяснить её изменение.

7 4 Комплект билетов

Номера теоретических вопросов соответствуют разделу 7.2; практические варианты — разделу 7.3. При повторном проведении допускается изменение исходных числовых данных при сохранении трудности и проверяемых действий.

Билет Вопросы Практическое задание

- 1 1 и 9 И1
- 2 2 и 10 И2
- 3 3 и 11 И3
- 4 4 и 12 И4
- 5 5 и 13 И5
- 6 6 и 14 И6
- 7 7 и 15 И1
- 8 8 и 16 И2
- 9 9 и 17 И3
- 10 10 и 1 И4
- 11 11 и 2 И5
- 12 12 и 3 И6
- 13 13 и 4 И1
- 14 14 и 5 И2
- 15 15 и 6 И3
- 16 16 и 7 И4
- 17 17 и 8 И5

8 Критерии и шкалы оценивания

Приведённая балльная модель является предложением для согласования при утверждении ФОС. Она не заменяет локальное положение университета об оценивании и промежуточной аттестации.

8 1 Распределение баллов

Компонент Максимум

12 практических работ с защитой, по 3 балла 36

Два тестирования, по 5 баллов 10

Две контрольные работы, по 7 баллов 14

Текущий контроль всего 60

Два теоретических вопроса, по 10 баллов 20

Итоговое компьютерное задание 20

Промежуточная аттестация всего 40

Общая сумма 100

8 2 Практическая работа и её защита

Критерий Баллы Признаки выполнения

Постановка и метод 0–1 Данные и единицы корректны; метод соответствует задаче; условия применимости объяснены.

Программа и результат 0–1 Файл выполняется; алгоритм реализован правильно; результаты и графики соответствуют условиям.

Проверка и объяснение 0–1 Есть независимая проверка; точность оценена; студент объясняет программу и результат.

По каждому критерию: 1 — выполнен полностью; 0,5 — выполнен частично с устранимыми недостатками; 0 — отсутствует или содержит принципиальную ошибку. Работа считается выполненной при не менее 1,5 балла и отсутствии нулевой оценки за программу и результат. Исправление и повторная защита допускаются в согласованный срок.

8 3 Теоретический ответ

Критерий на один вопрос Максимум

Раскрытие понятий и правильность математического содержания 4

Обоснование условий применимости и ограничений 3

Связь с программной реализацией или инженерным примером 2

Логичность и самостоятельность объяснения 1

По каждому критерию полный балл ставится за правильный и самостоятельный ответ; половина максимума — за частичное раскрытие без принципиальной ошибки; ноль — за отсутствие содержания или принципиально неверное объяснение.

Допускаются промежуточные значения с шагом 0,5 балла.

8 4 Итоговое компьютерное задание

Критерий Максимум

Постановка, единицы и подготовка данных 3

Выбор метода и корректность алгоритма 4

Работоспособность программы и результаты 5

Проверка точности и независимое подтверждение 4

Интерпретация и защита результата 4

Полный балл по критерию ставится за полное выполнение; половина — за частичное выполнение с не принципиальными недостатками; ноль — за отсутствие или принципиальную ошибку. Промежуточные значения допускаются с шагом 0,5 балла. Повторное наказание за одну и ту же ошибку в нескольких критериях не применяется: учитываются её самостоятельные последствия.

8 5 Итоговая оценка

Сумма баллов Оценка при экзамене Решение при зачёте

90–100 Отлично Зачтено

75–менее 90 Хорошо Зачтено

60–менее 75 Удовлетворительно Зачтено

Менее 60 Неудовлетворительно Не зачтено

Для положительного результата одновременно требуются: общая сумма не менее 60; за промежуточную аттестацию не менее 20 из 40; за итоговое компьютерное задание не менее 10 из 20; все 12 практических работ выполнены и защищены по критерию раздела 8.2. При невыполнении любого условия результат считается отрицательным независимо от суммы.

Пересдача проводится по правилам университета.

8 6 Качественные уровни предметных результатов

Высокий: самостоятельный выбор метода, корректный расчёт, количественная проверка точности, содержательная интерпретация. Достаточный: расчёт и проверка правильны, имеются отдельные не принципиальные недостатки.

Пороговый: типовая задача решена, но обоснование и анализ ограничены. Ниже порогового: алгоритм или результат принципиально неверны, проверка отсутствует, студент не объясняет собственный расчёт.

9 Материалы для преподавателя

Ключи и ориентиры предназначены для проверки. При выдаче студентам тестов или билетов этот раздел исключается из экземпляра задания.

9 1 Ключи к тестам

Задания Правильные ответы

T1–T5 А; Б; В; Г; А

T6–T10 Б; В; Г; А; Б

T11–T15 В; Г; А; Б; В

T16–T20 Г; А; Б; В; Г

9 2 Проверочные ориентиры банка заданий

31

Устойчивая форма: $1 / (\sqrt{1+x} + 1)$. Предел при $x \rightarrow 0$ равен 0,5. Конкретные расхождения зависят от формата чисел; оценивается объяснение потери точности.

32

Скорость: $0,6t^2 - t + 2$; ускорение: $1,2t - 1$. Единицы м/с и м/с².

33

Удлинение 0,0005 м = 0,5 мм. При увеличении силы на 1 % удлинение возрастает на 1 %.

34

Решение (5; 5; 5), определитель 41; число обусловленности в норме 2 около 2,387093.

35

Решение (1; 2; -1). Матрица строго диагонально преобладает; оба метода сходятся. Число итераций зависит от точно заданной проверки критерия.

36

Квадраты частот: 292,893219 и 1707,106781 с⁻². Угловые частоты: 17,114123 и 41,317149 рад/с; частоты: 2,723797 и 6,575828 Гц. Отношения второй компоненты формы к первой: $\sqrt{2}$ и $-\sqrt{2}$. Знак и масштаб формы могут различаться.

37–38

Корень около 1,5213797068. Для простой итерации на [1; 2] образ интервала лежит в нём, а максимальный модуль производной меньше единицы.

39

Корни (2; 1) и (-1; -2). Строки Якобиана: (2х; 2у) и (1; -1). Из заданных стартов ожидаются соответственно первый и второй корни.

310

Полином: $1 - 0,7x^2 + 0,1x^4$. При $x = 0,5$ значение полинома 0,83125; точная функция 0,8; абсолютная ошибка 0,03125.

311

$a \approx 0,09047619 \text{ Н}$; $b \approx 4,99857143 \text{ Н/мм}$; жёсткость $\approx 4998,57143 \text{ Н/м}$. Остатки вычисляются в принятом направлении и должны быть согласованы с моделью.

312

Эталон $\cos 1 \approx 0,5403023059$. В асимптотическом диапазоне порядок прямой разности близок к 1, центральной — к 2.

313

Равнодействующая 3000 Н; момент 3333,333333 Н·м. Трапеции дают точную равнодействующую линейной нагрузки; Симпсон точен также для квадратичного подынтегрального выражения момента, с учётом округления.

314

Точное решение $\exp(-2t)$. Глобальные порядки: Эйлер 1, классический Рунге — Кутта 4. При данных шагах явный Эйлер устойчив на тестовом уравнении.

315

Точное решение $(t+1)^2 - 0,5\exp(t)$. Формула Адамса — Башфорта: y следующего узла = y текущего узла + $h(3f$ текущего узла – f предыдущего узла)/2. Глобальный порядок 2.

316

Вектор состояния $(x; v)$; правая часть $(v; (F_0 \cos(\Omega t) - cv - kx)/m)$. Сравнение проводится в одинаковые моменты времени.

317

Энергия $E = mv^2/2 + kx^2/2$; её производная в свободной системе равна $-cv^2$. При $c = 0$ энергия сохраняется с численной погрешностью; при $c > 0$ не возрастает.

9 3 Ориентиры итоговых вариантов

И1

После изменения правой части на 1 % относительное изменение решения в норме 2 около 0,00483518, то есть 0,483518 %. Следует отличать изменение одного компонента от относительного изменения всей правой части.

И2

При увеличении обеих масс в 1,2 раза частоты делятся на $\sqrt{1,2}$; формы при одинаковом способе нормирования сохраняют относительные компоненты.

И3

Удлинение около 0,06823278038 м; касательная жёсткость около 2396,713696 Н/м. Производная характеристики положительна на заданном интервале, корень единственный.

И4

Сила по линейной модели при 5 мм — 25,083333 Н; по естественному сплайну — около 25,067763 Н. Работа по линейной модели — 0,250833333 Дж; по трапециям — 0,2506 Дж.

И5

Оценивается правильность системы, согласованность общей сетки сравнения и оценка максимума именно на этой сетке. Более точное определение непрерывного максимума не обязательно; вывод должен отражать ограничение дискретного поиска.

И6

Первое прохождение $x = 0$ при отрицательной скорости ожидается около 0,8396908773 с. Энергия убывает. Различия при изменении допусков должны согласовываться с заявленной точностью.

9 4 Допуски при проверке

Для прямых матричных расчётов в двойной точности рекомендуется относительная невязка не более 10^{-10} ; для собственных пар — нормированная невязка не более 10^{-8} . В итерационных заданиях применяются указанные в условии допуски. Результаты, записанные в отчёте с округлением, оцениваются по расчётному файлу. Отличия числа итераций при обоснованных вариантах реализации допустимы.

Статус завершения встроенного решателя сам по себе не подтверждает точность физической модели. Требуется проверка исходных данных, единиц, допустимости решения и хотя бы один независимый контроль.

10 Условия проведения и фиксация результатов

Необходимы рабочее место с вычислительной средой и средства сохранения расчётных файлов. Основная рекомендуемая среда — MATLAB; эквивалентная среда допускается при наличии требуемых численных и графических функций.

Реализация конкретного алгоритма оценивается по одинаковым математическим критериям независимо от языка.

Преподаватель заранее сообщает разрешённые справочные материалы, правила использования встроенных решателей, формат сдачи файлов и сроки защиты. При техническом сбое выполнение продолжается на исправном рабочем месте либо переносится без снижения оценки за сам факт сбоя.

Индивидуальные особенности проведения контроля и доступность материалов обеспечиваются в соответствии с установленными университетом условиями обучения; содержание проверяемых результатов сохраняется.

5.4. Перечень видов оценочных средств

Для текущего контроля целесообразно использовать опросы, тесты, компьютерные задания, защиту практических работ и контрольные работы. Для проверки самостоятельной работы — индивидуальные расчётно-программные задания, анализ ошибок и сравнительные исследования.

Для промежуточной аттестации рекомендуется сочетать теоретические вопросы с комплексным заданием на компьютере. Форму аттестации — зачёт

6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

6.1. Рекомендуемая литература

6.1.1. Основная литература

	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год
Л1.1	Кук Д., Бейз Г.	Компьютерная математика: Учебное пособие	М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит. 1990
6.1.2. Дополнительная литература			
	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год
Л2.1	Дьяконов В. П.	Компьютерная математика. Теория и практика: учебное пособие	М.: Нолидж 2001
6.3. Перечень информационных и образовательных технологий			
6.3.1 Компетентностно-ориентированные образовательные технологии			
6.3.1.1	MATLAB — численные расчёты, матричные операции, решение уравнений и визуализация.		
6.3.1.2	Symbolic Math Toolbox для MATLAB — символьные преобразования, дифференцирование и интегрирование.		
6.3.1.3	Python с библиотеками NumPy, SciPy, SymPy и Matplotlib — реализация численных методов, символьные вычисления и построение графиков.		
6.3.1.4	GNU Octave — выполнение численных расчётов в среде, во многом совместимой с MATLAB.		
6.3.1.5	LibreOffice Writer или Microsoft Word — оформление отчётов по практическим и самостоятельным работам.		
6.3.2 Перечень информационных справочных систем и программного обеспечения			
6.3.2.1	Профессиональные базы данных		
6.3.2.2	Math-Net.Ru — научные публикации по математике, вычислительным методам, механике и смежным направлениям. mathnet.ru		
6.3.2.3	zbMATH Open — международная база математической литературы для поиска публикаций по численному анализу и прикладной математике. fiz-karlsruhe.de		
6.3.2.4	Информационно-справочные системы		
6.3.2.5	MATLAB Help Center — официальная документация по функциям MATLAB, вычислительным алгоритмам и примерам их применения. mathworks.com		
6.3.2.6	SciPy Documentation — справочная система по средствам научных вычислений на Python: описания методов, параметров и программных функций. SciPy v1.18.0 Manual		
6.3.2.7	SymPy Documentation — справочная система по символьным преобразованиям, решению уравнений, дифференцированию, интегрированию и задачам механики.		

7. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

8. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Освоение дисциплины «Программные системы компьютерной математики» предусматривает изучение численных методов и их применение для решения математических и инженерных задач средствами компьютерных вычислений. Учебная работа включает лекции, практические занятия, самостоятельную подготовку, текущий контроль и промежуточную аттестацию. При изучении дисциплины необходимо связывать математическую постановку задачи, выбранный численный метод, его программную реализацию и физический смысл результата. Получение числового ответа следует сопровождать проверкой точности, условий применимости метода и соответствия решения исходной задаче.

1. Подготовка к изучению дисциплины

Для успешного освоения курса рекомендуется повторить:

- операции с матрицами и векторами, решение систем линейных уравнений;
- понятия производной, определённого интеграла и дифференциального уравнения;
- разложение функции в ряд Тейлора;
- основные приёмы работы в MATLAB или другой согласованной вычислительной среде;
- создание функций, организацию циклов, условных переходов и построение графиков;
- правила использования единиц измерения в инженерных расчётах.

Если возникают затруднения, необходимо определить конкретный пробел в предварительной подготовке и устранить его до выполнения соответствующей практической работы. Вопросы, которые не удалось разрешить самостоятельно, следует обсудить с преподавателем на консультации.

2. Работа на лекционных занятиях

Перед лекцией рекомендуется ознакомиться с её темой, просмотреть конспект предыдущего занятия и повторить понятия, необходимые для изучения нового материала.

В ходе лекции следует фиксировать:

- постановку рассматриваемой задачи;
- исходные предпосылки и ограничения;
- основные формулы и последовательность действий алгоритма;
- условия сходимости и устойчивости;
- способы оценки погрешности;
- критерии остановки вычислений;
- примеры применения метода в механике.

Конспект должен позволять восстановить логику метода и объяснить назначение каждого этапа расчёта. Особое внимание необходимо уделять различиям между математическим алгоритмом и конкретными средствами его реализации в программной среде.

После лекции рекомендуется проверить записи, уточнить обозначения, самостоятельно воспроизвести основные рассуждения и ответить на контрольные вопросы по теме.

3. Подготовка и работа на практических занятиях

Подготовка к практическому занятию включает изучение соответствующего лекционного материала, ознакомление с заданием и подготовку необходимых формул, исходных данных и программных заготовок.

Выполнение расчётного задания рекомендуется организовывать в следующей последовательности:

1. Проанализировать условие. Определить известные величины, неизвестные, ограничения и требуемую точность.
2. Составить математическую постановку. Записать уравнения, начальные условия, интервалы и другие необходимые данные.
3. Согласовать единицы измерения. При необходимости перевести величины в систему СИ.
4. Выбрать численный метод. Проверить его применимость к данной задаче.
5. Разработать алгоритм и программу. Предусмотреть контроль входных данных и завершения вычислений.
6. Выполнить расчёт. Сохранить результаты и параметры вычислений.
7. Проверить решение. Использовать независимый способ контроля.
8. Сформулировать вывод. Оценить точность и объяснить математический либо физический смысл результата.

Если задание предусматривает самостоятельную реализацию численного метода, встроенный решатель применяется для проверки. Если требуется использование готовых программных средств, необходимо объяснить выбор функции, её параметры и полученный результат.

4. Рекомендации по изучению основных разделов

Матричные вычисления

При решении систем линейных уравнений необходимо контролировать размеры матриц и векторов, правильность формирования коэффициентов и правой части.

Изучая метод Гаусса, следует разобраться в прямом и обратном ходе, выборе главного элемента и влиянии перестановок строк на определитель. Для методов Якоби и Зейделя необходимо проверять условия сходимости и наблюдать изменение невязки.

При вычислении собственных значений и векторов следует проверять собственные пары подстановкой в исходное матричное уравнение. В задачах колебаний необходимо различать квадрат угловой частоты, угловую частоту и частоту в герцах. Знак и масштаб собственного вектора могут изменяться без изменения соответствующей формы колебаний.

Нелинейные уравнения

Перед поиском корня рекомендуется исследовать область определения функции, построить её график и выбрать интервал либо начальное приближение.

При применении методов Ньютона, секущих и простой итерации следует контролировать:

- допустимость очередного приближения;
- изменение неизвестной;
- невязку уравнения;
- число итераций;
- признаки расходимости или застоя вычислений.

При решении нелинейной системы необходимо проверить матрицу Якоби и учитывать, что разные начальные приближения могут приводить к разным решениям. Найденное решение должно удовлетворять физическим ограничениям задачи.

Интерполяция и аппроксимация

Следует различать восстановление зависимости по заданным узлам и построение приближённой модели экспериментальных данных.

При интерполяции необходимо оценивать влияние расположения узлов и степени полинома. Для данных с погрешностями следует анализировать остатки аппроксимации и избегать необоснованного усложнения модели.

Экстраполяция за пределы исходного диапазона требует отдельного обоснования: хорошее совпадение модели с имеющимися данными не гарантирует достоверности вне этого диапазона.

Численное дифференцирование и интегрирование

При вычислении производных необходимо учитывать погрешность разностной формулы, округление и шум исходных данных. Рекомендуется сравнивать результаты для нескольких шагов.

При интегрировании следует проверять требования квадратурной формулы к сетке и исследовать изменение результата при её сгущении. В инженерных задачах необходимо контролировать размерность интеграла: например, интегрирование силы по перемещению даёт работу.

Дифференциальные уравнения

Перед интегрированием необходимо правильно сформировать вектор состояния, правую часть системы и начальные условия.

При изучении методов Эйлера, Рунге — Кутты и Адамса следует сопоставлять точность и устойчивость, учитывать необходимость стартовых значений для многошаговых схем.

Для встроенного решателя необходимо обосновывать выбор метода и допусков. Результаты следует сравнивать в одинаковые моменты времени. В динамических задачах рекомендуется использовать дополнительные проверки: энергетический баланс, предельные случаи и сопоставление с аналитическим решением.

5. Организация самостоятельной работы

Самостоятельную работу следует выполнять регулярно, по мере изучения тем. Она включает повторение теории, подготовку к практическим занятиям, выполнение индивидуальных расчётов, оформление результатов и подготовку к контролю.

Рекомендуется:

- после каждой лекции уточнять конспект и отвечать на вопросы по теме;
- перед практической работой составлять краткий алгоритм решения;
- после расчёта исследовать влияние шага, допуска или начального приближения;
- вести записи обнаруженных ошибок и способов их устранения;
- сохранять исправные версии программ и расчётных файлов.

При обращении к справочной документации следует изучать назначение функции, формат входных данных, параметры точности и сообщения об ошибках. Заимствованный программный фрагмент необходимо понимать, проверять и сопровождать указанием источника.

6. Оформление расчётных результатов

Отчёт по практическому или индивидуальному заданию должен содержать:

1. Название работы и условие задания.
2. Исходные данные с единицами измерения.
3. Математическую постановку.
4. Краткое описание метода и алгоритма.
5. Программу или указание на приложенный расчётный файл.
6. Результаты в виде чисел, таблиц и необходимых графиков.
7. Проверку корректности и оценку точности.
8. Выводы по выполненной работе.

Графики должны иметь подписи осей, единицы измерения и обозначения сравниваемых зависимостей. Количество выводимых знаков необходимо согласовывать с достигнутой точностью.

В выводах следует указать, что получено, насколько достоверен результат и какие ограничения необходимо учитывать при его использовании.

7. Подготовка к текущему контролю

Подготовка должна включать объяснение теории и самостоятельное выполнение расчётов. Необходимо уметь:

- раскрыть принцип действия изученного метода;
- назвать условия его применимости;
- объяснить выбор параметров вычислений;
- выполнить основные этапы алгоритма;
- обнаружить ошибку в программе или расчётной формуле;
- обосновать достоверность результата.

При защите работы следует быть готовым объяснить собственную программу, изменить исходные данные и оценить последствия изменения. Наличие правильно оформленного отчёта не заменяет понимания выполненного расчёта.

8. Подготовка к промежуточной аттестации

Подготовку рекомендуется проводить по разделам дисциплины, используя контрольные вопросы и задания фонда оценочных средств.

Для каждого метода следует повторить постановку задачи, вычислительную схему, условия применимости, критерии остановки и способы проверки. Полезно самостоятельно решить типовую задачу и сопоставить результат с независимым расчётом.

Перед аттестацией необходимо проверить работоспособность вычислительной среды и устранить замечания по практическим работам. Форма аттестации, разрешённые справочные материалы и порядок оценивания устанавливаются утверждённой учебной документацией.

9. Использование консультаций

Для продуктивной консультации следует подготовить условие задачи, расчётный файл, сообщение об ошибке или описание затруднения. Желательно указать, какой результат ожидался, что получено и какие проверки уже выполнены.

Основной результат освоения дисциплины — способность самостоятельно организовать компьютерное решение задачи, обосновать выбранный метод и подтвердить достоверность полученного результата.